Universidad Simón Bolívar
Departamento de Conversión y Transporte de Energía
Introducción a la Ingeniería Eléctrica - CT1212
Preparaduria 1
Prof. Johnny Rengifo

1. Si una casa está compuesta por los siguientes equipos eléctricos: seis bombillos de 50 W cada uno, una nevera 500 W, un calentador de agua de 2000 W y una televisión de 200 W.

   a) Calcule la energía consumida al mes si se dan las siguientes condiciones de uso:

      1) De las 8 h que se necesita iluminación al día, solo $^2/_3$ de los bombillos están encendidos simultáneamente
      2) La nevera sólo se enciende durante 30 mín, cada dos horas y media
      3) El calentador de agua se enciende 1 h tras 5 h apagado
      4) La televisión, se enciende 1 h en la mañana y 2 h en la noche

   b) En cuánto se reduce (en porcentaje) el consumo si el calentador de agua sólo se encendiera mediante un sistema automático, por 2 h al día

   c) Si la tarifa que se paga es fija de 0,1 $^{\mathrm{BsF}}/_{\mathrm{kWh}}$ al mes y todos los bombillos se cambiaran a ahorradores de 5 W cada uno. ¿Sería atractivo económicamente el cambio de bombillos, si estos tuvieran que ser reemplazados una vez al año a un costo de 30 $^{\mathrm{BsF}}/_{\mathrm{bombillo}}$? (asuma que el año tiene 12 meses con idéntico consumo cada día de los calculados a 30 $^{\mathrm{día}}/_{\mathrm{mes}}$ y trabaje con las condiciones de uso del aparte 1*a*)

Solución:
Parte a
Primero hallamos el consumo diario de cada uno de los equipos instalados en la casa.
Iluminación

$$C_{Ilu} = \frac{2}{3} \times 8\,\mathrm{h} \times 6\,\mathrm{bombillos} \times 50\,\mathrm{W} = 1,6\,\mathrm{kWh}$$

Nevera
En la figura 1 se observa el ciclo de trabajo de la nevera a lo largo de un día, de este se desprende que la nevera consume energía 4 h al día

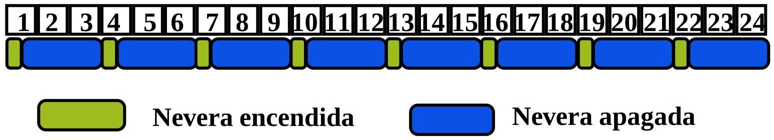

Figura 1: Ciclo de trabajo diario de la nevera

$$C_{nev} = 4\,\text{h} \times 500\,\text{W} = 2\,\text{kWh}$$

Calentador

Al igual que la nevera el calentador cumple un ciclo de trabajo durante el día, este se tiene en la figura 2. El calentador consume energía durante 4 h al día.

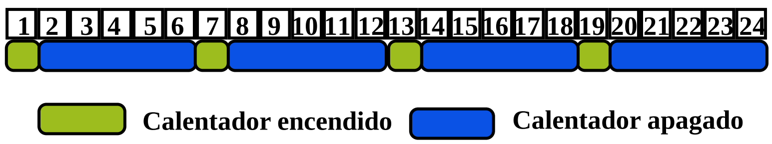

Figura 2: Ciclo de trabajo del calentador

$$C_{cal} = 4\,\text{h} \times 2000\,\text{W} = 8\,\text{kWh}$$

Televisión

$$C_{TV} = 3\,\text{h} \times 200\,\text{W} = 600\,\text{Wh}$$

Ahora calculaos el consumo diario

$$C_{día} = C_{Ilu} + C_{nev} + C_{cal} + C_{TV} = 12{,}2\,\text{kWh}$$

Finalmente para hallar el consumo mensual tomamos en cuenta que un mes tiene treinta días

$$C_{mes} = C_{día} \times 30\,\text{días} = 366\,\text{kWh}$$

Parte b

Para hallar la reducción del consumo si el calentador se enciende sólo 2 h hay que modificar el aporte del calentador al consumo total por día:

$$C_{cal_n} = 2\,\text{h} \times 2000\,\text{W} = 4\,\text{kWh}$$

$$C_{mes_n} = C_{Ilu} + C_{nev} + C_{cal_n} + C_{TV} = 246\,\mathrm{kWh}$$

Ahora hallamos la reducción del consumo (porcentual) durante un mes

$$\Delta C_{mes} = \frac{C_{mes} - C_{mes_n}}{C_{mes}} \times 100 = 32,7869\,\%$$

Parte c

Para determinar si es atractivo económicamente el cambio de bombillos incandescentes por bombillos ahorradores, tenemos que calcular la reducción en el consumo de energía para el caso de bombillos ahorradores

$$C_{Ilu}^{Ah} = \frac{2}{3} \times 8\,\mathrm{h} \times 6\,\mathrm{bombillos} \times 5\,\mathrm{W} = 160\mathrm{Wh}$$

$$C_{día}^{Ah} = C_{Ilu}^{Ah} + C_{nev} + C_{cal} + C_{TV} = 10,76\,\mathrm{kWh}$$

$$C_{mes}^{Ah} = 30 \times C_{día}^{Ah} = 322,8\,\mathrm{kWh}$$

Dado que es necesario cambiar los bombillos ahorradores una vez al año, se requiere hallar el ahorro de energía a lo largo de un año

$$C_{año}^{Ah} = 12 \times C_{mes}^{Ah} = 3873,6\,\mathrm{kWh}$$

$$C_{año} = 12 \times C_{mes} = 4392\,\mathrm{kWh}$$

$$Disminución\,del\,Consumo = DC = C_{año} - C_{año}^{Ah} = 518,4\,\mathrm{kWh}$$

Ahora se evalúa si es económicamente atractivo el cambio de bombillos

$$Costo\,Bombillos = CB = 30\,{}^{BsF}\!/_{\mathrm{bombillos}} \times 6\,\mathrm{bombillos} = 180\,\mathrm{BsF}$$

$$Ahorro = A = DC \times 0,1\,{}^{\mathrm{BsF}}\!/_{\mathrm{kWh}} = 51,84\,\mathrm{BsF}$$

$$\Delta = A - CB = -128,16\,\mathrm{BsF}$$

El cambio no resulta atractivo económicamente.

2. En la cocina-lavandero de una casa se tienen los siguientes equipos eléctricos: una nevera de 1000 W, un calentador de 2000 W, una lavadora de 1500 W, una secadora 2000 W, un horno de 2000 W y ocho bombillos de 100 W cada uno.

   a) Se conoce que la nevera y el calentador se utilizan 3 h y 4 h por día respectivamente. La lavadora realiza 5 ciclos de 1 h cada uno por semana, mientras la secadora realiza 4 ciclos de 1,5 h por semana. La mitad de los bombillos se encienden durante 4 h al día

Tabla 1: Horarios de consumo

Horarios	TarifaTarifar
6:00AM-10:00PM	$A\,^{\mathrm{BsF}}/_{\mathrm{kWh}}$
10:01PM-5:59AM	$B\,^{\mathrm{BsF}}/_{\mathrm{kWh}}$

y el horno se enciende $0,5$ h al día. Determine el consumo de energía al mes.

b) La compañía eléctrica desea crear nuevos hábitos en el consumo de energía eléctrica, para ello decide dividir la tarifa en dos horarios

La idea consiste en que aquellos consumidores que utilicen la lavadora y la secadora en el horario correspondiente a la tarifa B, ahorren un 15 % de la factura si se mantiene constante la tarifa A. ¿Cuánto tiene que reducirse la tarifa B para lograr el objetivo? (utilice los datos de la pregunta a).

c) Desde el punto de vista del sistema eléctrico ¿qué beneficio tiene este tipo de estrategia?

Solución:

Parte a

Primero hallamos el consumo diario para cada uno de los artefactos eléctricos:

Calentador

$$C_{cal} = 4\,\mathrm{h} \times 2000\,\mathrm{W} = 8\,\mathrm{kWh}$$

Nevera

$$C_{nev} = 3\,\mathrm{h} \times 1000\,\mathrm{W} = 3\,\mathrm{kWh}$$

Horno

$$C_{hor} = 0{,}5\,\mathrm{h} \times 2000\mathrm{W} = 1\,\mathrm{kWh}$$

Bombillos

$$C_{bom} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\,\mathrm{h} \times 100\,\mathrm{W} = 1{,}6\,\mathrm{kWh}$$

Lavadora

El ciclo de trabajo para la lavadora se tiene para una semana, para poder sumarlo con el consumo de los otros equipos se necesita conocer el ciclo de trabajo diario, para lo cual dividimos el consumo semanal entre siete

$$C_{lav} = \frac{5}{7} \times 1\,\mathrm{h} \times 1500\,\mathrm{W} = 1{,}0714\,\mathrm{kWh}$$

Secadora

Para la secadora aplica la misma idea que utilizamos para la secadora

$$C_{sec} = \frac{4}{7} \times 1{,}5\,\mathrm{h} \times 2000\,\mathrm{W} = 1{,}7143\,\mathrm{kWh}$$

Ahora calculamos el consumo total por día

$$C_{día} = 16{,}3857\,\mathrm{kWh}$$

Para determinar el consumo mensual, multiplicamos por 30 el consumo diario

$$C_{mes} = 30 \times C_{día} = 491{,}571\,\mathrm{kWh}$$

Parte b:

Para determinar el total a pagar por el usuario debido al consumo de energía eléctrica, se detemina la cantidad de energía consumida en cada horario:

Horario A: Se utilizan todos lo equipos menos la lavadora y la secadora

$$C_A = 408\,\mathrm{kWh}$$

Horario B: Solo se considera el consumo de la lavadora y la secadora

$$C_B = 83{,}571\,\mathrm{kWh}$$

Para garantizar una reducción del 15 % de la factura al aplicar la estrategia, se debe cumplir la siguiente expresión

$$0{,}85AC_{mes} = AC_A + BC_B$$

$$B = \frac{A\left(0{,}85C_{mes} - C_A\right)}{C_B} = 0{,}1177A$$

3. Para el circuito de la figura 3

   a) Halle la potencia total entregada por las fuentes y verifique el balance de potencia. Resuelva utilizando el método de mallas y el método de nodos.

b) ¿Qué valor de resistencia hay que colocar entre los puntos a y b para que consuma 500 W? (Utilice el teorema Thevenin)

c) Para el circuito original. ¿Cuánta energía se almacena en un condensador de 40 μF si se conecta entre a y b?

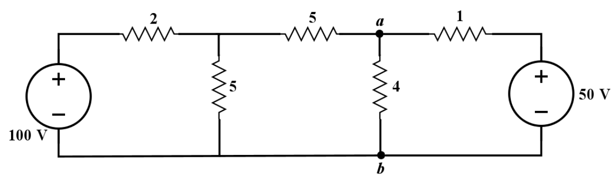

Figura 3: Circuito (las resistencias se encuentran en Ω)

Solución

Parte a

Método de Mallas

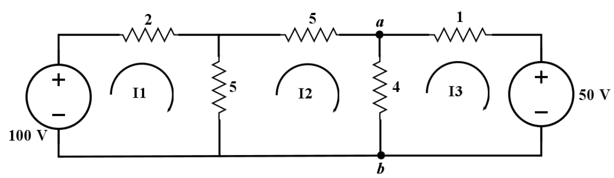

Figura 4: Método de mallas (las resistencias se encuentran en Ω)

Malla 1

$$100\,\mathrm{V} - 2\,\Omega\, i_1 - 5\,\Omega\ (i_1 - i_2) = 0$$

$$100\,\mathrm{V} = 7\,\Omega\, i_1 - 5\,\Omega\, i_2 \tag{1}$$

Malla 2

$$5\,\Omega\ (i_1 - i_2) - 5\,\Omega\, i_2 - 4\,\Omega\ (i_2 - i_3) = 0$$

$$0 = -5\,\Omega\, i_1 + 14\,\Omega\, i_2 - 4\,\Omega\, i_3 \tag{2}$$

Malla 3

$$4\,\Omega\ (i_2 - i_3) - 1\,\Omega\, i_3 - 50\,\mathrm{V} = 0$$

$$-\,50\,\mathrm{V} = -4\,\Omega\, i_2 + 5\,\Omega\, i_3 \tag{3}$$

Organizando las ecuaciones 1, 2 y 3 en forma matricial se tiene que:

$$[V_{malla}] = [R_{malla}]\,[I_{malla}]$$

Donde

$$[V_{malla}] = \begin{bmatrix} 100 & 0 & -50 \end{bmatrix}^t \text{ V}$$

$$[R_{malla}] = \begin{bmatrix} 7 & -5 & 0 \\ -5 & 14 & -4 \\ 0 & -4 & 5 \end{bmatrix} \Omega$$

$$[I_{malla}] = \begin{bmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \end{bmatrix}^t$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones resulta

$$[I_{malla}] = \begin{bmatrix} 17,3913 & 4,3478 & -6,5217 \end{bmatrix} \text{ A}$$

Ahora calculamos la potencia entregada por las fuentes

$$P_{f_1} = 100\,\text{V} \times 17,3913\,\text{A} = 1,7391\,\text{kW}$$

$$P_{f_2} = 50\,\text{V} \times 6,5217\,\text{A} = 326,0870\,\text{W}$$

$$P_{f_t} = P_{f_1} + P_{f_2} = 2,0652\,\text{kW}$$

Para verificar el balance de potencia en el circuito hallamos la potencia consumida por cada una de las resistencias

$$P_{2\,\Omega} = i_1^2\,(2\,\Omega) = 604,9149\,\text{W}$$

$$P_{5\,\Omega_1} = (i_1 - i_2)^2\,(5\,\Omega) = 850,6613\,\text{W}$$

$$P_{5\,\Omega_2} = i_2^2\,(5\,\Omega) = 94,5180\,\text{W}$$

$$P_{4\,\Omega} = (i_2 - i_3)^2\,(4\,\Omega) = 472,5898\,\text{W}$$

$$P_{R_T} = P_{2\,\Omega} + P_{5\,\Omega_1} + P_{5\,\Omega_2} + P_{4\,\Omega} = 2,0652\,\text{kW}$$

Ahora verificamos el balance de potencia

$$Balance = P_{f_T} - P_{R_T} = 0,03\,\text{W}$$

El sistema trabaja con una potencia del orden de 2 kW por tanto $0,03$ W representa el 0,0015 %, lo que indica que el balance de potencia se cumple, la diferencia con respecto al cero teórico se debe a error numérico

Método de nodos

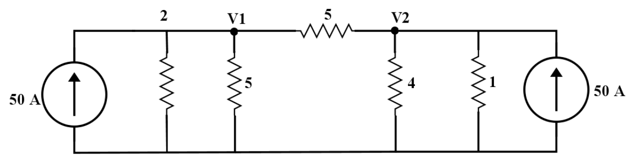

Figura 5: Método de nodos

Para la resolución por el método de nodos se transforman las fuentes de tensión en fuentes de corriente, como se muestra en la figura 5.
El sistema tiene dos nodos a continuación se presentan las ecuaciones de nodos:
Nodo 1

$$50\,\mathrm{A} - \frac{v_1}{2\,\Omega} - \frac{v_1}{5\,\Omega} - \frac{v_1 - v_2}{5\,\Omega} = 0$$

$$50\,\mathrm{A} = \frac{9}{10}\,\mho\, v_1 - \frac{1}{5}\,\mho\, v_2 \tag{4}$$

Nodo 2

$$\frac{v_1 - v_2}{5\,\Omega} - \frac{v_2}{4\,\Omega} - \frac{v_2}{1\,\Omega} + 50\,\mathrm{A} = 0$$

$$50\,\mathrm{A} = -\frac{1}{5}\,\mho\, v_1 + \frac{29}{20}\,\mho\, v_2 \tag{5}$$

Organizando de forma matricial las ecuaciones 4 y 5, se obtiene

$$[I_{nodo}] = [G_{nodo}]\,[V_{nodo}]$$

$$[I_{nodo}] = \left[\begin{array}{cc} 50 & 50 \end{array}\right]^t \mathrm{A}$$

$$[G_{nodo}] = \left[\begin{array}{cc} 9/10 & -1/5 \\ -1/5 & 29/20 \end{array}\right] \mho$$

$$[V_{nodo}] = \left[\begin{array}{cc} v_1 & v_2 \end{array}\right]^t$$

Finalmente al resolver el sistema

$$[V_{nodo}] = \left[\begin{array}{cc} 65,2174 & 43,4783 \end{array}\right]^t \mathrm{V}$$

Parte b

Para hallar la resistencia que consuma 500 W al ser colocada entre los puntos a y b utilizaremos el teorema de Thevenin. La tensión en abierto es igual a la que hallamos para el nodo 2 en la parte anterior:

$$V_{TH} = 43,4783\,\mathrm{V}$$

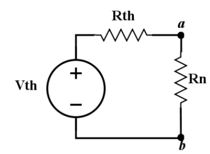

Figura 6: Circuito reducido a través del Teorema de Thevenin

La resistencia de Thevenin la obtenemos realizando reducción circuital

$$R_{TH} = \left(\left(2\,\Omega || 5\,\Omega \right) + 5\,\Omega \right) || 1\,\Omega || 4\,\Omega = 0,7115\,\Omega$$

En la figura 6 se muestra el problema tomando en cuenta el teorema de Thevenin. Utilizando divisor de tensión se expresa la tensión en R_n en función de V_{TH} y R_{TH}

$$V_2 = \frac{R_n}{R_n + R_{TH}} V_{TH}$$

A partir de la potencia que se desea disipe la nueva resistencia planteamos la siguiente ecuación

$$P = \frac{V_2^2}{R_n} \Longrightarrow P = \left(\frac{R_n}{R_n + R_{TH}} V_{TH} \right)^2 \frac{1}{R_n}$$

$$P R_n^2 + \left(2 R_{TH} P - V_{TH}^2 \right) R_n + R_{TH}^2 P = 0 \Longrightarrow \begin{cases} R_{n_1} = 2,1189\,\Omega \\ R_{n_2} = 0,2389\,\Omega \end{cases}$$

Verificando el cálculo, tenemos que

$$V_2 = \frac{R_{n_1}}{R_{n_1} + R_{TH}} V_{TH} = 32,5492\,\mathrm{V}$$

$$P = \frac{V_2^2}{R_{n_1}} = 500\,\mathrm{W}$$

Se le deja al lector la verificación para la segunda resistencia resultante

Parte c

Si se coloca un condensador entre los terminales a y b el máximo de energía que puede almacenar en el circuito dependerá de la tensión en terminales, tomando en cuenta que al cargase al máximo un condensador se comporta como un circuito abierto en sistemas de corriente continua, la tensión de carga es igual a la tensión del nodo dos obtenida en la primera parte del problema

$$W_c = \frac{1}{2} C V_2^2 = \frac{1}{2} \times 40\,\mu\mathrm{F} \times (43,4783\,\mathrm{V})^2 = 37,8072\,\mathrm{mJ} = 10,502\,\mu\mathrm{Wh}$$